



Leseprobe

Schmidt

# Wärmelehre

Studienbrief 2-050-0505

4. Auflage 2016



HDL

HOCHSCHULVERBUND DISTANCE LEARNING

## Impressum

Verfasser: Prof. Dr.-Ing., Dipl.-Phys. Joachim **Schmidt**  
Professor für Umwelt- und recyclinggerechte Produktentwicklung/Produktrecycling  
an der Fakultät Fahrzeugtechnik  
im Institut für Recycling  
an der Ostfalia Hochschule für angewandte Wissenschaften

Der Studienbrief wurde auf der Grundlage des Curriculums für das Studienfach „Physik“ verfasst. Die Bestätigung des Curriculums erfolgte durch den

**Fachausschuss „Grundständiges Fernstudium Wirtschaftsingenieurwesen“,**

dem als Mitglieder Professoren und Dozenten von HDL- und kooperierenden Hochschulen angehören.

4. Auflage 2016

ISBN 978-3-86946-215-8

Redaktionsschluss: Dezember 2015

Studienbrief 2-050-0505

© 2015 by Service-Agentur des Hochschulverbundes Distance Learning.

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere das Recht der Vervielfältigung und Verbreitung sowie der Übersetzung und des Nachdrucks, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf in irgendeiner Form ohne schriftliche Genehmigung der Service-Agentur des HDL reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Service-Agentur des HDL  
(Hochschulverbund Distance Learning)

c/o Agentur für wissenschaftliche Weiterbildung und Wissenstransfer e. V.  
Magdeburger Straße 50, 14770 Brandenburg

Tel.: 0 33 81 - 35 57 47

E-Mail: [vertrieb@aww-brandenburg.de](mailto:vertrieb@aww-brandenburg.de)

Fax: 0 33 81 - 35 57 49

Internet: <http://www.aww-brandenburg.de>

# Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der Formelzeichen.....	4
Physikalische Konstanten .....	6
Einleitung .....	7
Literaturempfehlung.....	8
1 Wärmelehre: Übersicht und Grundbegriffe .....	9
1.1 Übersicht.....	9
1.2 Temperatur und thermische Ausdehnung von Stoffen.....	10
1.3 Zustandsgleichung idealer Gase und molare Größen .....	15
1.4 Nullter Hauptsatz der Wärmelehre und Erhalt der Wärme .....	18
2 Grundzüge der kinetischen Gastheorie.....	21
2.1 Gasdruck und thermische Energie .....	21
2.2 Geschwindigkeitsverteilung im Gas .....	24
2.3 Energie und Wärmekapazität.....	26
3 Hauptsätze der Thermodynamik .....	28
3.1 Innere Energie und 1. Hauptsatz der Thermodynamik.....	29
3.2 1. Hauptsatz der Thermodynamik für verschiedene Zustandsänderungen.....	31
3.3 Kreisprozesse .....	36
3.4 2. Hauptsatz der Thermodynamik und Entropie.....	40
4 Zustandsänderungen realer Gase und Phasenumwandlungen.....	44
4.1 Zustandsgleichung realer Gase .....	45
4.2 Joule-Thomson-Effekt und Gasverflüssigung.....	47
4.3 Aggregatzustände und Phasendiagramm .....	48
5 Wärmetransportvorgänge .....	51
5.1 Wärmeleitung.....	52
5.2 Konvektion.....	54
5.3 Wärmeübergang und Wärmedurchgang .....	54
5.4 Wärmestrahlung.....	56
Lösungshinweise zu den Übungsaufgaben .....	60
Literaturverzeichnis .....	64
Sachwortverzeichnis .....	65

## Verzeichnis der Formelzeichen

Physikalische Größe	Formelzeichen	Physikalische Einheit	Einheitenzeichen
Fläche	A		m <sup>2</sup>
Temperaturleitfähigkeit	a		m <sup>2</sup> · s <sup>-1</sup>
Korrekturfaktor (van-der-Waals-Gleichung)	a		N · m <sup>4</sup> · kmol <sup>-1</sup>
Wien-Konstante	b		2897,79 mm · K
Korrekturfaktor (van-der-Waals-Gleichung)	b		m <sup>3</sup> · kmol <sup>-1</sup>
Wärmekapazität	C		J · K <sup>-1</sup>
Schallgeschwindigkeit	c		m · s <sup>-1</sup>
Spezifische Wärme	c <sub>v</sub> , c <sub>v</sub> , c <sub>p</sub>		J · kg <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup>
Molwärme	c <sub>mp</sub> , c <sub>mV</sub>		J · kmol <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup>
Energie, allgemein	E	Joule	J = kg · m <sup>2</sup> · s <sup>-2</sup>
Kinetische Energie	E <sub>kin</sub>		J
Kraft, allgemein	F	Newton	N = kg · m · s <sup>-2</sup>
Freiheitsgrad	f		1
Enthalpie	H	Joule	J
Wärmestrom	i	Watt	W = J · s <sup>-1</sup>
Wärmestromdichte	j		W · m <sup>-2</sup>
Spektrale Ausstrahlung	j <sub>λ</sub>		W · m <sup>-3</sup>
Wärmedurchgangskoeffizient	k		W · m <sup>-2</sup> · K <sup>-1</sup>
Länge	l, s, l <sub>0</sub>	Meter	m
Molare Masse	M		kg · mol <sup>-1</sup>
Masse	m	Kilogramm	kg
Stoffmenge	n	Mol	mol
Druck	p	Pascal Bar	Pa = N · m <sup>-2</sup> bar = 10 <sup>5</sup> N · m <sup>-2</sup>
Impuls	p		kg · m · s <sup>-1</sup> = N · s
Wärmemenge	Q	Joule	J = W · s
Wärmestrom	Q̇	Watt	W = J · s <sup>-1</sup>
Spezifische Schmelzwärme	q <sub>Schmelz</sub>		kJ · kg <sup>-1</sup>
Spezifische Verdampfungswärme	q <sub>Verdampf</sub>		kJ · kg <sup>-1</sup>
Spezielle Gaskonstante	R'		J · kg <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup>
Universelle Gaskonstante	R		J · mol <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup>
Entropie	S		J · K <sup>-1</sup>

Physikalische Größe	Formelzeichen	Physikalische Einheit	Einheitenzeichen
Temperatur	T	Kelvin Grad Celsius	K °C
Zeit	t	Sekunde	s
Innere Energie	U	Joule	J
Volumen	$V, V_0$		$m^3, \ell$
Geschwindigkeit, allgemein	v		$m \cdot s^{-1}$
Wahrscheinlichste Geschwindigkeit	$v_w$		$m \cdot s^{-1}$
Mittlere Geschwindigkeit	$\bar{v}$		$m \cdot s^{-1}$
Arbeit	W	Joule Kilowattstunde	$J = N \cdot m = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$ $kWh = 3,6 \cdot 10^6 J$
Linearer Ausdehnungskoeffizient	$\alpha$		$K^{-1}$
Wärmeübergangskoeffizient	$\alpha$		$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ $kJ \cdot m^{-2} \cdot h^{-1} \cdot K^{-1}$
Absorptionsgrad	$\alpha$		1
Raumausdehnungskoeffizient	$\gamma$		$K^{-1}$
Differenz	$\Delta$		1
Partielle Ableitung	$\partial$		1
Emissionsgrad	$\varepsilon$		1
Wirkungsgrad	$\eta, \eta_c, \eta_{c,wp}$		1, %
Temperatur	$\vartheta$		°C
Adiabatexponent	$\chi$		1
Wärmeleitfähigkeit	$\lambda$		$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
Wellenlänge	$\lambda$	Meter	m
Dichte	$\rho$		$kg \cdot m^{-3}$
Reflexionsgrad	$\rho$		1
Stefan-Boltzmann-Konstante	$\sigma$		$5,670 \cdot 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$

## Physikalische Konstanten

Gravitationskonstante	$\gamma$	$= 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	
Normfallbeschleunigung	$g$	$= 9,80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$	
Gaskonstante	$R$	$= 8314,4 \text{ J} \cdot \text{kmol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	
Avogadro-Konstante	$N_A$	$= 6,02205 \cdot 10^{26} \text{ kmol}^{-1}$	
Loschmidt-Konstante	$N_L$	$= 2,68675 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$	
Boltzmann-Konstante	$k$	$= 1,38066 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$	
Elektrische Feldkonstante	$\epsilon_0$	$= 8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ m}^{-3} \cdot \text{s}^4 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{A}^2$	
Magnetische Feldkonstante	$\mu_0$	$= 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg} \cdot \text{A}^{-2}$	
Stefan-Boltzmann-Kontakte	$\sigma$	$= 5,670 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{K}^{-4}$	
Wien-Konstante	$b$	$= 2.897,79 \text{ } \mu\text{m K}$	
Elektrische Elementarladung	$e$	$= 1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	
Spezifische Ladung des Elektrons	$e/m_e$	$= 1,758805 \cdot 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$	
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$c_0$	$= 2,997925 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	
Faraday-Konstante	$F$	$= 9,64846 \cdot 10^7 \text{ C} \cdot \text{kmol}^{-1}$	
Planck-Konstante	$h$	$= 6,6262 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	
Ruhmasse des Elektrons	$m_e$	$= 9,1095 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	
Ruhmasse des Protons	$m_p$	$= 1,67265 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	
Ruhmasse des Neutrons	$m_n$	$= 1,67495 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	
Atomare Masseneinheit	$m_u$	$= 1 \text{ u} = 1,660566 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	
Erdradius	6378 km	Sonne – Erde	$1,495 \cdot 10^8 \text{ km}$
Erdmasse	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	Sonnenradius	$6,96 \cdot 10^5 \text{ km}$
Fallbeschleunigung		Sonnenmasse	$1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
am Pol	$9,83 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$	Erde – Mond	$3,84 \cdot 10^5 \text{ km}$
am Äquator	$9,78 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$	Mondradius	1738 km
		Mondmasse	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$

## Einleitung

Der vorliegende fünfte Physik-Studienbrief beschäftigt sich mit der Wärmelehre.

Die Wärmelehre, die in den Lehrbüchern auch unter den Begriffen „Thermodynamik“ oder „Kalorik“ abgehandelt wird, befasst sich mit dem Auftreten und der Umwandlung von Wärme bei physikalischen, chemischen und allgemein technischen Prozessen.

Nach einer Einführung in die wichtigsten Begriffe der Wärmelehre wird zunächst das Verhalten eines idealen Gases auf der Basis eines mikroskopischen Gasmodells diskutiert (kinetische Gastheorie).

Das Fundament der gesamten Wärmelehre stellen die vier Hauptsätze der Wärmelehre dar. Der 1. Hauptsatz entspricht dem Energieerhaltungssatz der Mechanik. Mit seiner Hilfe kann man den Wirkungsgrad bei der Umwandlung von Wärmeenergie in mechanische Arbeit berechnen. In diesem Zusammenhang werden Kreisprozesse betrachtet, wie sie in wärmetechnischen Maschinen auftreten.

Im Gegensatz zu einem idealen Gas treten in realen Gasen und Dämpfen verschiedene Aggregatzustände (fest, flüssig, gasförmig) auf, die sich in Phasendiagrammen darstellen lassen. Die Koexistenz verschiedener Aggregatzustände lässt Effekte wie die Gasverflüssigung zu, die technisch von großer Bedeutung sind.

Wärmeenergie kann sich auf verschiedene Arten ausbreiten (Wärmeleitung, Wärmekonvektion, Wärmestrahlung). Die entsprechenden physikalischen Zusammenhänge werden diskutiert.

Zur Vertiefung des Lernstoffs befinden sich in den einzelnen Abschnitten ausführlich dargestellte Beispiele. Das Verständnis des erlernten Stoffes wird in jedem Kapitel durch Übungsaufgaben abgefragt.

## Literaturempfehlung

- DEUS, P./STOLZ, W. (1999): „Physik in Übungsaufgaben“. Aufgabensammlung mit vielen anwendungsorientierten Beispielen; als studienbriefbegleitende Literatur zu empfehlen.
- DIETMAIER, C./MÄNDL, M. (2007): „Physik für Wirtschaftsingenieure“. Übersichtliche Darstellung der Physik für das Ingenieurstudium. Aufgaben mit vollständig durchgerechneten Lösungen; als studienbriefbegleitende Literatur zu empfehlen.
- DOBRINSKI, P./KRAKAU, G./VOGEL, A. (2009): „Physik für Ingenieure“. Standardwerk für das Ingenieurstudium, viele Übungsaufgaben mit Lösungen.
- EICHLER, J. (2007): „Physik – Grundlagen für das Ingenieurstudium“. Kurze, übersichtliche Darstellung aller Bereiche der Physik, als studienbriefbegleitende Literatur zu empfehlen.
- HERING, E./MARTIN, R./STOHRER, M. (2012): „Physik für Ingenieure“. Anspruchsvolles Buch, übersichtliche Darstellung, für fortgeschrittene Studenten geeignet.
- LINDNER, H. (2014): „Physik für Ingenieure“. Leicht verständliche Einführung in die Physik mit vielen Anwendungsbeispielen, als studienbriefbegleitende Literatur zu empfehlen.
- LINDNER, H. (2013): „Physikalische Aufgaben“. Aufgabensammlung mit vielen anwendungsorientierten Beispielen, als studienbriefbegleitende Literatur zu empfehlen.
- PAUS, H. J. (2007): „Physik in Experimenten und Beispielen“. Sehr umfangreiches Buch, das sich vorrangig an Physikstudenten oder an Studenten der Ingenieurwissenschaften mit der Neigung zur Physik wendet.
- PFEIFER, H./SCHMIEDEL, H./STANNARIUS, R. (2004): „Kompaktkurs Physik mit virtuellen Experimenten und Übungsaufgaben“. Sehr umfangreiches Buch, das sich vorrangig an Studenten der Ingenieurwissenschaften mit Neigung zur Physik wendet.
- SCHULZ, H. J./EICHLER, J./ROSENZWEIG, M./SPRENGEL, D./WETZEL, H. (1995): „Experimentalphysik für Ingenieure“. Übersichtliche Darstellung der Physik für das Ingenieurstudium, mit Beispielen, als studienbriefbegleitende Literatur zu empfehlen.
- STOLZ, W. (2005): „Starthilfe Physik“. Kurze, übersichtliche Darstellung der Physik; als studienbriefbegleitende Literatur zu empfehlen.
- TURTUR, C. W. (2013): „Prüfungstrainer Physik“. Umfangreiche Aufgabensammlung mit vollständig durchgerechneten Beispielen; als studienbriefbegleitende Literatur zu empfehlen.
- WALCHER, W. (2006): „Praktikum der Physik“. Standardwerk für Laborversuche, mit vielen praktischen Hinweisen.



# 1 Wärmelehre: Übersicht und Grundbegriffe

## 1.1 Übersicht

Die **Wärmelehre**, häufig auch in den Lehrbüchern unter den Begriffen „Thermodynamik“ oder „Kalorik“ abgehandelt, beschäftigt sich mit dem Auftreten und der Umwandlung von Wärme bei physikalischen, chemischen und allgemein technischen Prozessen. Die Gesetze der Wärmelehre sind Grundlage für viele technische Anwendungen. Dieses gilt insbesondere für alle Arten von Wärmekraftmaschinen.

Der **thermodynamische Zustand** eines Systems, z. B. eines Gases, wird makroskopisch durch eine Anzahl von messbaren physikalischen Größen beschrieben. Die Größen (Variablen) können die Temperatur  $T$ , der Druck  $p$ , das Volumen  $V$ , die Masse  $m$  und andere **Zustandsgrößen** sein, durch die das thermodynamische System eindeutig beschrieben wird.

Unter „System“ wollen wir in diesem Zusammenhang einen bestimmten Teil unserer Umgebung verstehen, z. B. einen mit Wasser gefüllten Topf (Wasser einer bestimmten Menge und Temperatur) oder den Inhalt eines Autoreifens (Luft eines bestimmten Volumens bei einem bestimmten Druck). Diese phänomenologische Betrachtungsweise, aus der der 1. und 2. Hauptsatz der Thermodynamik als tragende Säulen der Wärmelehre hervorgehen, fragt nicht nach den atomistischen Ursachen für die Wärmeerscheinungen.

Die mikroskopische Beschreibung der Thermodynamik erfolgt durch die **kinetische Gastheorie**, die auf statistischen Methoden der klassischen Mechanik basiert. Der Wärmeinhalt eines Systems wird in dieser Betrachtungsweise auf die ungeordnete Bewegung von Atomen und Molekülen im System zurückgeführt.

- In diesem Kapitel werden die wesentlichen primären Zustandsgrößen eines Systems dargestellt. Eine wichtige Größe ist die **Temperatur** und in diesem Zusammenhang das Temperaturverhalten von Festkörpern, Flüssigkeiten und Gasen. Hierauf basieren viele Geräte zur Temperaturmessung.
- Zur physikalischen Beschreibung eines Gases dient eine „**Zustandsgleichung**“. Zweckmäßigerweise beginnt man mit dem einfachen Fall eines idealen Gases, bei dem molekulare Wechselwirkungen und Änderungen von Aggregatzuständen unberücksichtigt bleiben.
- Schließlich werden am Ende des ersten Kapitels ein fundamentaler Erfahrungssatz der Wärmelehre (**Nullter Hauptsatz**) sowie der Erhalt der Wärme in abgeschlossenen („adiabatischen“) Systemen besprochen. „Abgeschlossenes System“ bedeutet dabei, dass kein Energieaustausch mit der Umgebung stattfinden kann.

## Studienziele

## 1.2 Temperatur und thermische Ausdehnung von Stoffen

Basis jeder Temperaturmessung ist das **thermische Gleichgewicht**. Es ist dadurch gekennzeichnet, dass die Körper (z. B. das Thermometer und das zu messende System), die miteinander in thermischem Kontakt stehen, dieselbe Temperatur aufweisen. Die Tatsache, dass zwei oder mehrere Körper mit unterschiedlichen Temperaturen bei Kontakt miteinander über einen Wärmeaustausch dieselbe Temperatur annehmen, wird als „**Nullter Hauptsatz der Thermodynamik**“ bezeichnet. Wir werden in Abschnitt 1.4 darauf zurückkommen.

Obwohl wir für die Temperatur über unsere Haut eine physiologische Empfindung (warm/kalt) besitzen, muss die Temperaturdefinition durch eine exakte Messvorschrift erfolgen. Zur Kennzeichnung des Wärmezustandes eines Körpers ist die Einführung der Basisgröße „Temperatur“ mit einer zugehörigen Basiseinheit erforderlich. Die SI-Einheit der Temperatur ist nach W. THOMSON (Lord KELVIN) benannt:  $[T] = \text{K}$  (Kelvin).

Man verwendet die tiefste mögliche Temperatur („absoluter Nullpunkt“) als Nullpunkt und setzt

$$T_{\text{absolut}} = 0 \text{ K.}$$

Als zweiter Fixpunkt wird die Temperatur des Tripelpunktes von reinem Wasser verwendet, der bei

$$T_{\text{tripel}} = 273,16 \text{ K}$$

liegt. Der Tripelpunkt liegt etwa 0,01 K über dem Gefrierpunkt des luftgesättigten Wassers. Auf diese Weise wird erreicht, dass die Temperaturdifferenz zwischen dem Siedepunkt des Wassers und dem Schmelzpunkt des Eises (beides unter Normaldruck von 101,3 kPa) den genauen Wert von 100 K besitzt (Bild 1.1).

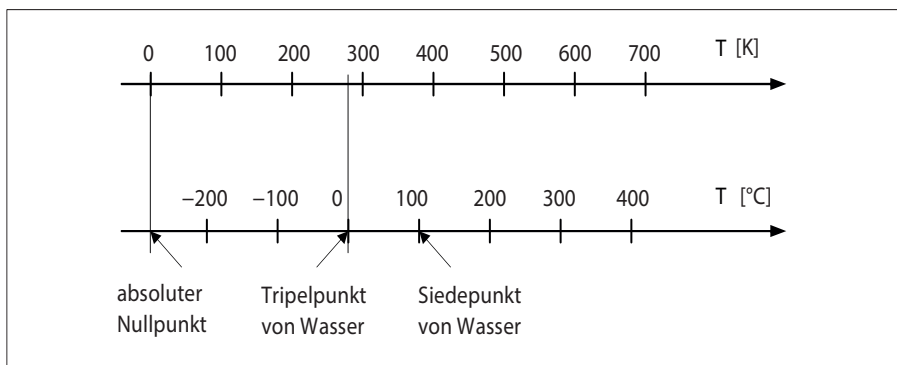
In der Praxis gibt es neben der absoluten Temperaturskala noch die Skalen nach CELSIUS ( $^{\circ}\text{C}$ ) und im englischen Sprachgebrauch nach FAHRENHEIT ( $^{\circ}\text{F}$ ). Es gilt für Umrechnungen:

$$\frac{T}{\text{K}} = \frac{\vartheta}{^{\circ}\text{C}} + 273,15 \quad (\text{Celsius-Skala}),$$

$$\frac{\vartheta}{^{\circ}\text{F}} = \frac{9}{5} \frac{\vartheta}{^{\circ}\text{C}} + 32 \quad (\text{Fahrenheit-Skala}).$$

Die tiefste Temperatur,  $T_{\text{absolut}} = 0 \text{ K}$ , hat entsprechend die Werte:

$$T_{\text{absolut}} (0 \text{ K}) = -273,15 \text{ }^{\circ}\text{C} = -459,67 \text{ }^{\circ}\text{F}.$$



**Bild 1.1** Vergleich der Temperaturskalen nach Kelvin und Grad Celsius

Der Begriff „absoluter Nullpunkt“ basiert auf der Vorstellung, dass Temperatur mit der kinetischen Energie von Atomen und Molekülen verknüpft ist, die eine temperaturabhängige Geschwindigkeit besitzen. Am absoluten Nullpunkt ist die thermische Bewegungsenergie null, die Materie ist „eingefroren“.

**B 1.1** Der Schmelzpunkt des Metalls Zinn liegt bei 505,118 K. Nach der Celsius-Skala ergibt sich eine Temperatur von

$$\vartheta \text{ } ^\circ\text{C} = \frac{T}{\text{K}} - 273,15 = 505,118 - 273,15 = 231,968$$

$$\vartheta = 419,58 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Viele Temperaturmessgeräte basieren auf dem physikalischen Effekt, dass sich Festkörper, Flüssigkeiten und Gase bei Wärmezufuhr ausdehnen.

Für die **Längenausdehnung fester Körper** in Abhängigkeit von der Temperatur lässt sich allgemein die Gleichung

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0} = \alpha \cdot \Delta T$$

angeben. Dabei ist  $\Delta l = l - l_0$  die relative Längenänderung,  $l_0$  die Ausgangslänge,  $\Delta T = T - T_0$  die Temperaturdifferenz zwischen Ausgangstemperatur  $T_0$  und Messtemperatur  $T$  sowie  $\alpha$  der lineare Ausdehnungskoeffizient.

In Tabelle 1.1 sind einige Werte für  $\alpha$  angegeben.

**B 1.2** Ein Stahlbandmaß wurde bei  $\vartheta = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$  geeicht. Wir wollen den prozentualen Messfehler ermitteln, der bei einer Messung bei  $-20 \text{ } ^\circ\text{C}$  auftritt.

Mit  $\alpha = 1,11 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  (vgl. Tabelle 1.1) folgt

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \alpha \cdot \Delta T = -1,11 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 40 \text{ K} = -4,44 \cdot 10^{-4} = 0,04 \text{ } \%$$

### Beispiel

### Merksatz

### Beispiel

Die lineare Abhängigkeit zwischen Längenänderung und Temperaturerhöhung gilt häufig nur für einen eingeschränkten Bereich. Finden Phasenumwandlungen innerhalb des festen Aggregatzustandes (Änderung der Kristallgitterstruktur) wie beispielsweise im Eisen statt, so zeigt die relative Längenänderung Knicke und Plateaus. Umgekehrt lassen sich diese Effekte für werkstoffliche Untersuchungen ausnutzen („Dilatometrie“).

### Merksatz

Für Flüssigkeiten und Festkörper gilt ansonsten für die **Volumenänderung**  $\Delta V$  in Abhängigkeit von der Temperaturdifferenz  $\Delta T$  ein ähnliches Gesetz:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V - V_0}{V_0} = \gamma \cdot \Delta T$$

bzw. nach Umstellung der Gleichung

$$V = V_0 (1 + \gamma \Delta T).$$

$\gamma$  heißt Raumausdehnungskoeffizient.

In Tabelle 1.1 sind einige Werte für  $\gamma$  angegeben.

Mit  $\rho = m/V$  lässt sich die obige Gleichung umschreiben:

$$\rho = \frac{m}{V_0 (1 + \gamma \cdot \Delta T)} = \frac{\rho_0}{1 + \gamma \cdot \Delta T}.$$

Für den Zusammenhang zwischen  $\alpha$  und  $\gamma$  ergibt sich:

$$\gamma = 3 \alpha.$$

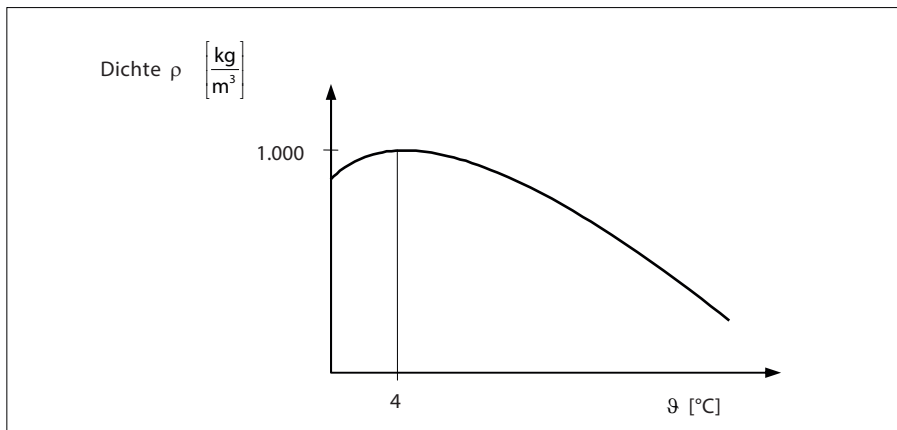
Stoff	Linearer Ausdehnungskoeffizient $\alpha$ in $10^{-6}/K$ (0 – 100 °C)	Stoff	Raumausdehnungskoeffizient $\gamma$ in $10^{-3}/K$ bei 18 °C
Aluminium	23,8	Wasser	0,18
Stahl	11,1	Quecksilber	0,18
Stahlbeton	14,0	Petroleum	0,96
Glas	9,0	Heizöl	0,9 – 1,0
Quarzglas	0,5	Schwefelsäure	0,55

**Tabelle 1.1** Einige Ausdehnungskoeffizienten von Festkörpern und Flüssigkeiten

Für etliche Substanzen, z. B. Alkohol und flüssiges Quecksilber, ergibt sich eine strenge Linearität zwischen Volumenausdehnung und Temperaturerhöhung (innerhalb eines bestimmten Temperaturbereiches). Darum sind diese Substanzen zum Bau von Flüssigkeitsthermometern geeignet. Man muss nur die thermische Ausdehnung mit einem geeichten Temperaturmessgerät auf Celsiusgrade „kalibrieren“ (eine Eichung erfolgt in einem Eichamt, eine Kalibrierung im Labor).

Abweichungen von der Linearität zwischen Dichteabnahme (Volumenzunahme) und Temperaturerhöhung ergeben sich beispielsweise beim Wasser im Bereich zwischen 0 °C und 8 °C. Die Dichte des Wassers hat bei 4 °C ein Maximum; zu tieferen und zu höheren Temperaturen hin nimmt die

Dichte ab. Diesen Effekt bezeichnet man als die „Anomalie des Wassers“ (Bild 1.2).



**Bild 1.2** Schematische Darstellung der Anomalie des Wassers

Verdünnte Gase mit vernachlässigbarem Eigenvolumen und geringer Wechselwirkung der Moleküle oder Atome untereinander (z. B. Helium und Wasserstoff bei Raumtemperatur) können durch das **Modell des „idealen Gases“** beschrieben werden. Für dieses wollen wir den Ausdruck für die Volumenausdehnung herleiten.

Nach Beobachtungen von GAY-LUSSAC ist die Volumenänderung eines idealen Gases der Temperaturänderung proportional:

$$V \sim T, \quad \frac{V}{T} = \text{konst.}$$

Dabei wird ein konstanter Gasdruck vorausgesetzt.

Daraus folgt

$$\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0} \quad \text{oder} \quad V = V_0 \frac{T}{T_0}.$$

Mit  $\Delta T = T - T_0$  erhält man

$$V = V_0 \left( \frac{T_0 + \Delta T}{T_0} \right) = V_0 \left( 1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right).$$

Mit der Bezugstemperatur  $T_0 = 273,15 \text{ K}$  ergibt sich durch Vergleich mit der allgemeinen Beziehung

$$V = V_0 (1 + \gamma \cdot \Delta T)$$

der Wert

$$\gamma = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{273,15 \text{ K}} = 0,00366 \frac{1}{\text{K}}$$

und damit in der Celsiuskala ( $\vartheta_0 = 0^{\circ}\text{C}$ )

### Merksatz

$$V = V_0 \left( 1 + \frac{\vartheta}{273,15 \text{ °C}} \right) = V_0 (1 + \gamma \cdot \vartheta).$$

Das Gasvolumen bei  $\vartheta = 0 \text{ °C}$  beträgt  $V_0$ .

Der Raumausdehnungskoeffizient  $\gamma$  ist für alle idealen Gase gleich:  $\gamma = (1/273,15) \text{ K}^{-1}$ .

In Bild 1.3 ist die Gleichung  $V = V_0 (1 + \gamma \cdot \vartheta)$  grafisch dargestellt. Eine Extrapolation zu negativen Celsius-Temperaturen liefert das Volumen  $V = 0$  bei  $\vartheta = -273,15 \text{ °C}$ . An diesem absoluten Nullpunkt beginnt die ebenfalls dargestellte Kelvin-Skala.

### Merksatz

Eine weitere wesentliche Gesetzmäßigkeit für das ideale Gas ist das **Gesetz von Boyle-Mariotte**. Es besagt, dass das Produkt aus Druck und Volumen bei konstanter Temperatur konstant ist:

$$p \cdot V = \text{konst.}$$

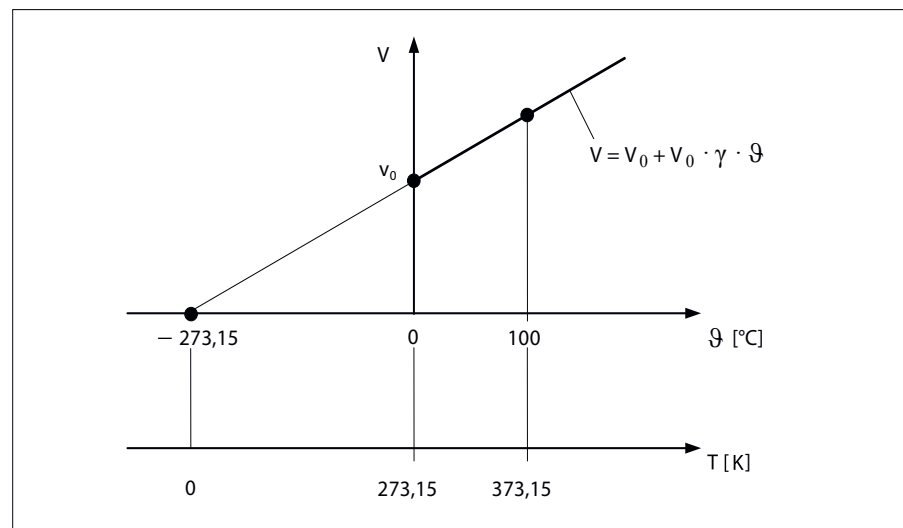
Daraus folgt

$$p \cdot V = p_0 \cdot V_0; \quad \frac{p}{p_0} = \frac{V}{V_0}.$$

Nach Einsetzen von  $V = V_0 (1 + \gamma \cdot \Delta T)$  folgt

$$p = p_0 (1 + \gamma \cdot \Delta T).$$

Dieses Gesetz besagt, dass der Druck eines eingeschlossenen Gases bei zunehmender Temperatur linear anwächst. Hierauf basiert das Prinzip des Gasthermometers.



**Bild 1.3** Volumenausdehnung eines idealen Gases

### Beispiel

**B 1.3** In einem Raum mit dem Volumen  $200 \text{ m}^3$  herrscht eine Temperatur von  $12 \text{ °C}$ . Wir wollen ermitteln, wie viel Luft aus dem Raum entweicht, wenn dieser auf  $22 \text{ °C}$  aufgeheizt wird und der Druck vor und nach der Erwärmung gleich bleiben soll.

Nach dem Gesetz von Gay-Lussac gilt:

$$\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0}, V = \frac{V_0 T}{T_0} = \frac{200 \text{ m}^3 \cdot 295,2 \text{ K}}{285,2 \text{ K}} = 207,0 \text{ m}^3.$$

### 1.3 Zustandsgleichung idealer Gase und molare Größen

Nach dem **Gesetz von Boyle-Mariotte** gilt für ein ideales Gas bei konstanter Temperatur  $T$ :

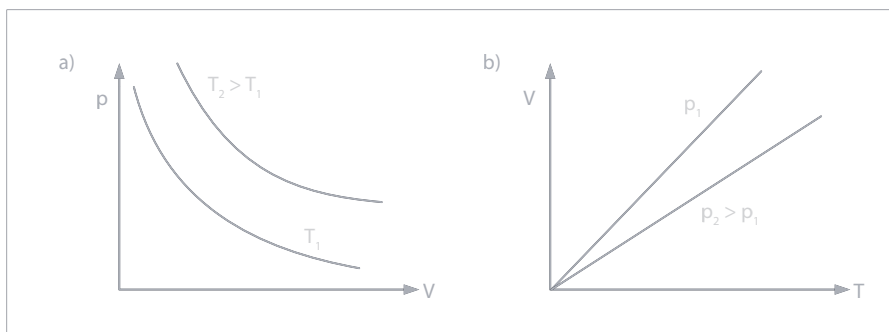
$$p \cdot V = \text{konst} \quad \text{für} \quad T = \text{konst},$$

d. h., bei isothermer Versuchsführung (kein Wärmeaustausch mit der Umgebung) ist das Produkt aus Druck und Volumen in einem idealen Gas immer konstant.

Weiterhin gilt nach dem in Abschnitt 1.2 bereits genannten **Gesetz von Gay-Lussac**, dass die Volumenänderung eines idealen Gases bei konstantem Druck der Temperatur direkt proportional ist (vgl. Beispiel B 1.3):

$$V \sim T, \frac{V}{T} = \text{konst} \quad \text{für} \quad p = \text{konst}.$$

In Bild 1.4 sind die beiden Gesetzmäßigkeiten im  $p$ - $V$ -Diagramm und im  $V$ - $T$ -Diagramm wiedergegeben.



**Bild 1.4** Verhalten eines idealen Gases  
a)  $p \cdot V = \text{konst}$  (Gesetz von Boyle-Mariotte),  
b)  $\frac{V}{T} = \text{konst}$  (Gesetz von Gay-Lussac)

Die Kombination der beiden Gesetzmäßigkeiten liefert die **Zustandsgleichung für ideale Gase**:

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{konst},$$

d. h., das durch die Temperatur  $T$  dividierte Produkt aus dem Druck  $p$  und dem Volumen  $V$  hat für alle nur möglichen Zustände einer abgeschlossenen Gasmenge den gleichen Wert. Diese Konstante muss sich auch unter den Normalbedingungen  $T_0 = 273,15 \text{ K}$  ( $= 0 \text{ }^\circ\text{C}$ ) und  $p_0 = 1,013 \text{ bar}$  beim zugehörigen Volumen  $V_0$  ergeben: